T.D. 1 : Et ça continue : la continuité !!

Septembre 2010

Tle E.S. — R. Gobardhan

Ex. 1 :

h est définie sur [0;3] par:

Pour $x \in [\,0\,;1\,[$, $h(x) = 2x^2$;

Pour $x \in [1\,;3]$, $h(x) = -x + 3$.

1°) (a) Dresser le tableau de variation de h.

(b) Construire sa courbe représentative et vérifier graphiquement que h est continue sur [0;3].

2°) (a) Existe-t-il une solution unique de l'équation $h(x) = 1$ sur [0;3] ?

(b) Expliquer pourquoi il existe un unique réel α de]0;1[tel que $h(\alpha) = 1$.

(c) Lire graphiquement une valeur approchée de α, puis trouver sa valeur exacte.

Ex. 2 :

Dans chaque cas, f est définie sur un intervalle I donné :

(a) Représenter graphiquement la fonction f.

(b) La fonction semble-t-elle continue sur I ?

1°) $I = [-1\,;1]$ et :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \textit{pour } x \in [-1\,;0\,[\\ -2x+3 & \textit{pour } x \in [\,0\,;1\,] \end{cases}$$

2°) $I = [\,0\,;2]$ et :

$$f(x) = \begin{cases} x & \textit{pour } x \in [\,0\,;1\,[\\ -x+2 & \textit{pour } x \in [\,1;2\,] \end{cases}$$

3°) $I = [\,0\,;4]$ et :

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \textit{pour } x \in [\,0\,;1\,[\\ x^2 & \textit{pour } x \in [\,1;4\,] \end{cases}$$

4°) $I = [\,1\,;5]$ et :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{5}{x} & \textit{pour } x \in [\,1\,;4\,[\\ x-3 & \textit{pour } x \in [\,4;5\,] \end{cases}$$

5°) $I = [\,0\,;3]$ et :

$$f(x) = \begin{cases} -2x & \textit{pour } x \in [\,0\,;2\,[\\ x^2-3 & \textit{pour } x \in [\,2;3\,] \end{cases}$$

Ex. 3 :

Soit f définie sur [–1 ; 1[par:

$f(x) = x + \mathrm{E}(x)$;

1°) Expliciter $f(x)$ sur [–1 ; 0[puis sur [0 ; 1[sans la notation E(x).

2°) Représenter graphiquement f.

3°) Cette fonction semble-t-elle continue ?

Ex. 4 :

Le tarif ci-contre définit la fonction "tarifs postaux économiques" qui, au poids exprimé en grammes, associe le tarif d'affranchissement exprimé en euros:

Poids (en g) jusqu'à :	Tarif (en €)
20	0,41
50	0,53
100	0,64
250	1,22

Représenter graphiquement cette fonction et indiquer ses points de discontinuité.

Ex. 5 :

Soit g définie sur [–1 ; 1[par:

$g(x) = x \,.\, \mathrm{E}(x)$;

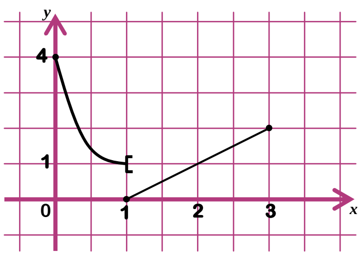
1°) Expliciter $g(x)$ sur [–1 ; 0[puis sur [0 ; 1[sans la notation E(x).

2°) Représenter graphiquement g .

3°) Cette fonction semble-t-elle continue ?

Ex. 6 :

La représentation graphique ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur [0 ; 3] .



1°) Expliquer pourquoi on ne peut pas appliquer à f le théorème de la valeur intermédiaire sur [0 ; 3] .

2°) Peut-on appliquer à f le T.V.I. sur [3/2 ; 5/2] ?

3°) a) Expliquer pourquoi on peut appliquer à f le T.V.I. sur [0 ; 1 [. b) Lire alors graphiquement une valeur approchée de α de [0 ; 1[tel que $f(\alpha) = 2$.