**Configurations du plan**



**I - Cercles**

**Définition**

Le cercle de centre O et de rayon R est l’ensemble des points M tels que OM = R.

**II - Angles**

****

**1) Angles adjacents**

**Définition**

Deux angles sont adjacents lorsqu’ils ont le même sommet et un côté commun.

**Propriété : relation de Chasles**

Pour tous points A, B, C et D, on a : .

**2) Angles opposés par le sommet**

**Définition**

Deux angles sont opposés par le sommet lorsqu’ils ont le même sommet et que leurs côtés sont dans le prolongement l’un de l’autre.

**Propriété**

Deux angles opposés par le sommet ont même mesure.

**3) Angles alternes-internes, angles correspondants**

**Définitions**

On considère deux droites (D) et (D’) et une sécante (d) coupant (D) et (D’) respectivement en A et A’.

Deux angles sont alternes-internes lorsque :

* l’un est de sommet A, l’autre de sommet A’ ;
* ils sont de part et d’autre de la sécante ;
* ils sont entre les droites (D) et (D’).

Avec les mêmes hypothèses, deux angles sont correspondant lorsque :

* l’un est de sommet A, l’autre de sommet A’ ;
* ils sont du même côté de la sécante ;
* l’un est entre (D et D’), l’autre pas.

**Propriété**

Si les droites (D) et (D’) sont parallèles, alors les angles alternes-internes et les angles correspondants ont même mesure.

Réciproquement, si deux angles alternes-internes (ou correspondants) ont même mesure, alors les droites (D) et (D’) sont parallèles.

**4) Somme des angles d’un triangle**

**Propriété**

La somme des mesures des angles d’un triangle est égale à 180°.

**III - Droites**

**1) Parallélisme et orthogonalité**

**Propriété 1**

Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

**Propriété 2**

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

**Propriété 3**

Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l’une, alors elle est perpendiculaire à l’autre.

**2) Alignement**

**Définition**

Des points sont alignés lorsqu’ils appartiennent à la même droite.

**Propriété**

Si deux droites sont parallèles et ont un point commun, alors elles sont confondues.

Autrement dit : si (AB) et (AC) sont parallèles alors A, B et C sont alignés.

**3) Médiatrice d’un segment**

**Définition**

La médiatrice d’un segment est la droite qui coupe ce segment en son milieu et perpendiculairement.

**Méthode de construction**





**Propriété caractéristique**

Tout point de la médiatrice d’un segment est équidistant des extrémités de ce segment.

Réciproquement : tout point équidistant des extrémités d’un segment appartient à la médiatrice de ce segment.



**4) Bissectrice d’un angle**

**Définition**

La bissectrice d’un angle est la demi-droite issue du sommet de l’angle et qui partage cet angle en deux angles de même mesure.

**Méthode de construction**



**Propriété caractéristique**

Tout point de la bissectrice d’un angle est équidistant des côtés de

cet angle.

Réciproquement : tout point équidistant des côtés d’un angle

appartient à la bissectrice de cet angle.

**5) Tangente à un cercle**

**Définition**

Une droite est tangente à un cercle lorsqu’elle a exactement un point d’intersection avec ce cercle.

**Propriété caractéristique**

Si une droite est tangente à un cercle en un point, alors elle est perpendiculaire au rayon passant par ce point.

**IV – Droites remarquables d’un triangle**

**1) Médianes**

**Définition**

On appelle médiane la droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.



**Propriété**

Les médianes sont concourantes en un point appelé centre de gravité du triangle.

Le centre de gravité est situé aux deux tiers de la médiane en partant du sommet.

**2) Hauteurs**

**Définition**

On appelle hauteur du triangle une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.



**Propriété**

Les hauteurs sont concourantes en un point appelé orthocentre du triangle.

**Remarque**

L’orthocentre est situé à l’extérieur du triangle lorsque celui-ci possède un angle obtus.

**3) Médiatrices**

**Propriété**

Les médiatrices d’un triangle sont concourantes. Le point de concours est équidistant des trois sommets du triangle : c’est le centre du cercle circonscrit au triangle.



**4) Bissectrices**

**Propriété**

Les bissectrices d’un triangle sont concourantes. Le point de concours est équidistant des trois côtés du triangle : c’est le centre d’un cercle tangent aux trois côtés, le cercle inscrit dans le triangle.



**V – Théorème de Thalès**

**Propriété**

Autrement dit, les côtés des triangles ABC et AMN sont proportionnels.

 

**Propriété réciproque**

**Cas particulier : théorème de la droite des milieux**

* Si une droite passe par les milieux de deux côtés d’un triangle alors elle est parallèle au troisième côté.
* Si un segment joint les milieux de deux côtés d’un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.

Autrement dit, si ABC est un triangle, avec I et J milieux respectifs de [AB] et [AC], alors (IJ) est

* Si une droite passe par le milieu d’un côté d’un triangle et est parallèle à un deuxième côté alors elle coupe le troisième en son milieu.

**VI – Triangles particuliers et propriétés**

**1) Triangle rectangle**

**Définition**

Un triangle rectangle est un triangle ayant un angle droit.

**Théorème de Pythagore**

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l’hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Autrement dit, si ABC est rectangle en A alors BC² = BA²+CA².

**Réciproque du théorème de Pythagore**

Si le carré de la longueur du plus grand côté d’un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle.

Autrement dit, si BC² = BA²+CA² alors ABC est rectangle en A.

**Propriétés**

* Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue du sommet de l’angle droit est égal à la moitié de la longueur de l’hypoténuse.
* Si un triangle est rectangle alors le milieu de l’hypoténuse est le centre du cercle circonscrit au triangle.
* Réciproquement : si un triangle a pour sommets les extrémités d’un diamètre d’un cercle et un point de ce cercle alors il est rectangle en ce point.

**Définitions**

Dans un triangle ABC rectangle en A :



**2) Triangle isocèle**

**Définition**

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

**Propriétés**

Si un triangle est isocèle alors :

* La médiane, la bissectrice et la hauteur issues du sommet principal sont confondues avec la médiatrice du côté opposé.
* Réciproquement : si dans un triangle une médiane et une hauteur (ou médiatrice, ou …) sont confondues alors ce triangle est isocèle.
* La hauteur (ou médiane, ou…) issue du sommet principal est axe de symétrie du triangle isocèle.
* Les angles de base d’un triangle isocèle ont même mesure.

**3) Triangle équilatéral**

**Définition**

Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

**Propriétés**

Si un triangle est équilatéral alors :

* Les médianes, bissectrices, hauteurs et médiatrices sont confondues et sont axes de symétrie.
* Les trois angles ont même mesure : 60°.

Si un triangle est isocèle et possède un angle de 60° alors il est équilatéral.

**VII – Les quadrilatères particuliers**

**1) Parallélogramme**

**Définition**

Un parallélogramme est un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles deux à deux.

**Propriétés**

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors :

* ses diagonales ont le même milieu ;
* le point d’intersection des diagonales est son centre de symétrie ;
* ses côtés opposés ont mêmes longueurs ;
* ses angles opposés ont mêmes mesures.

**Propriétés réciproques**

* Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu (OU leurs côtés opposés parallèles, OU leurs côtés opposés de mêmes longueurs OU leurs angles opposés de mêmes mesures) alors c’est un parallélogramme.
* Si un quadrilatère non croisé a deux côtés parallèles ET de même longueur alors c’est un parallélogramme.



**2) Losange**

**Définition**

Un losange est un quadrilatère ayant ses quatre côtés de même longueur.

**Propriétés**

Un losange est :

* un parallélogramme ayant deux côtés consécutif de même longueur ;

OU

* un parallélogramme ayant ses diagonales perpendiculaires.

**3) Rectangle**

**Définition**

Un rectangle est un quadrilatère ayant quatre angles droits.

**Propriétés**

Un rectangle est :

* un parallélogramme ayant un angle droit ;

OU

* un parallélogramme ayant ses diagonales de même longueur.

**4) Carré**

**Définition**

Un carré est un quadrilatère ayant quatre côtés de même longueur et quatre angles droits.

**Remarques**

* Un carré est à la fois un rectangle et un losange.
* Un carré a toutes les propriétés du rectangle et du losange.
* Pour démontrer qu’un quadrilatère est un carré, on démontre que c’est à la fois un rectangle et un losange.

**VIII - Les symétries**

**1) Symétrie axiale**

**Construction de l’image d’un point**



**2) Symétrie centrale**

**Construction de l’image d’un point**



**3) Propriétés de ces transformations**

**Propriétés**

* Chacune de ces transformations conserve l’alignement, le parallélisme, les distances, les aires, la mesure des angles et donc l’orthogonalité.
* L’image d’une droite est une droite parallèle, l’image d’un segment est un segment de même longueur, l’image d’un cercle est un cercle…

**IX – Formules d’aires et de volumes**

**1) Formules d’aires**

**Triangle**



**Triangle rectangle**



**Rectangle**



**A = L×l**

**Carré**



**A = c×c = c2**

**Parallélogramme**



**A = b×h**

**Losange**



**Trapèze**



**Disque**



**A = π×R2**

**2) Formules de volumes**

**Cube**



**V = c×c×c = c3**

**Pavé**



**V = L×l×h**

**Prisme**



**V = B×h**

où B est l’aire de la base.

**Cylindre**



**V = B×h = π×R2×h**

**Pyramide**



**Cône**



**Sphère**

